#곱셈 공식, 인수분해 공식

① $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

② $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

③ $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

④ $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

⑤ $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

⑥ $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

⑦ $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$

$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

#다항식의 나눗셈

$$A=BQ+R$$

#항등식

: x에 대한 항등식~, 모든 실수 x에 대하여~, x에 관계없이~

: 동류항의 계수를 비교하거나, 적당한 수를 대입한다.

#나머지정리, 인수정리

다항식 $P(x)$를 일차식 $x-\alpha$로 나누었을 때의 나머지 R라 하면

$$P(x)=(x-\alpha)Q(x)+R$$

① $R=P(\alpha)$

② $P(\alpha)=0 \quad \Leftrightarrow \quad P(x)$는 $x-\alpha$로 나누어떨어진다.

#조립제법

: $3x^3-4x^2+2x-2$를 $x-2$로 나눈 몫과 나머지?

$$\begin{array}{c|cccc} 2 & 3 & -4 & 2 & -2 \\ & & & & \\ \hline & & & & \end{array}$$

: $2x-4$로 나눈 몫과 나머지?

#인수정리를 이용한 인수분해

: $a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ \cdots\ +ax+a_0$를 인수분해할 때

$\pm\dfrac{(a_0\text{의 약수})}{(a_n\text{의 약수})}$들을 우선 대입해본다.

예시 : $12x^3+4x^2-17x+6$

20190626

26. x에 대한 삼차방정식

$$x^3-x^2+kx-k=0$$

이 허근 $3i$와 실근 α를 가질 때, $k+\alpha$의 값을 구하시오. (단, k는 실수이고, $i=\sqrt{-1}$이다.) [4점]

20181118

18. 최고차항의 계수가 1인 두 이차다항식 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)-g(x)$를 $x-2$로 나눈 몫과 나머지가 서로 같다.
(나) $f(x)g(x)$는 x^2-1로 나누어떨어진다.

$g(4)=3$일 때, $f(2)+g(2)$의 값은? [4점]

Day2. 복소수, 이차방정식

#복소수

: 허수단위 $i=\sqrt{-1}$, $i^2=-1$

: 복소수 $a+bi$ (단, a, b는 실수)

: $z=a+bi$의 켤레복소수 $\bar{z}=\overline{a+bi}=a-bi$

#이차방정식의 근의 공식

: $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq0)$의 근은

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

: $ax^2+2b'x+c=0\,(a\neq0)$의 근은

$$x=\frac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$$

#판별식

: 계수가 실수인 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 판별식

$D=b^2-4ac$ 또는

: 계수가 실수인 이차방정식 $ax^2+2b'x+c=0$의 판별식

$D'=b'^2-ac$ 라 하면

① D 또는 $D'>0$: 서로 다른 두 실근 갖는다.

② D 또는 $D'=0$: 중근(서로 같은 두 실근) 갖는다.

③ D 또는 $D'<0$: 서로 다른 두 허근 갖는다.

#근과 계수의 관계

: $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq0)$의 두 근 α, β에 대하여

두 근의 합 $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$, 두 근의 곱 $\alpha\beta=\frac{c}{a}$

20190616

16. 이차방정식 $x^2+x-1=0$의 서로 다른 두 근을 α, β라 하자. 다항식 $P(x)=2x^2-3x$에 대하여 $\beta P(\alpha)+\alpha P(\beta)$의 값은? [4점]

20190621

21. 두 이차함수

$$f(x)=(x-a)^2-a^2,$$

$$g(x)=-(x-2a)^2+4a^2+b$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=g(x)$는 서로 다른 두 실근 α, β를 갖는다.
(나) $\beta-\alpha=2$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, a, b는 상수이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $a=1$일 때, $b=-\frac{5}{2}$
ㄴ. $f(\beta)-g(\alpha)\leq g(2a)-f(a)$
ㄷ. $g(\beta)=f(\alpha)+5a^2+b$이면 $b=-16$

Day3. 이차함수와 이차방정식

#이차함수 $y=ax^2(a\neq 0)$

: 포물선 모양

: $a>0$이면 아래로 볼록, $a<0$이면 위로 볼록

: $|a|$값이 클수록 그래프의 폭이 좁아짐

#이차함수 $y=a(x-p)^2+q$(단, a, p, q는 상수, $a\neq 0$)

: $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼,
y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것

: 꼭짓점의 좌표 $(p,\ q)$

: 축의 방정식 $x=p$에 선대칭

#이차함수 그래프와 최대, 최소

① $y=a(x-p)^2+q$꼴로 표현 후

② 꼭짓점을 찾고

③ a의 부호를 보고 그래프 개형을 그리고

④ 상황에 따라 필요한 점(범위의 경계)을 더 표시해줌

※ 꼭짓점의 포함 여부가 중요

→ $y=-2x^2+8x-4\,(3\leq x\leq 5)$의 최댓값, 최솟값은?

#그래프의 교점과 방정식의 실근

: $y=f(x)$, $y=g(x)$ 그래프의 교점이 $(a,\ b)$

$\Leftrightarrow$ 연립방정식 $\begin{cases} y=f(x) \\ y=g(x) \end{cases}$의 실근 $x=a$, $y=b$

$\Leftrightarrow$ 방정식 $f(x)=g(x)$의 실근 $x=a$

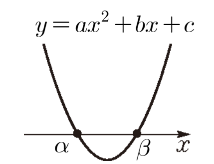
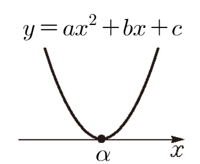
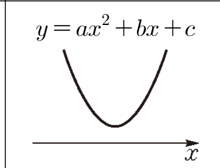
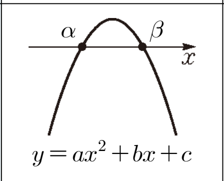
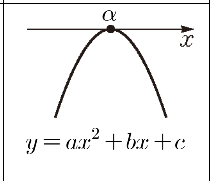
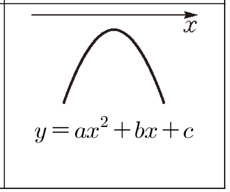
#이차함수의 그래프와 x축

: $y=x^2-4x+3$, $y=0$ 그래프의 교점이

$\Leftrightarrow$ 방정식 $x^2-4x+3=0$의 실근이

: 위치 관계

$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$의 판별식 $D=b^2-4ac$

$ax^2+bx+c=0$의 판별식 D		$D>0$	$D=0$	$D<0$
$ax^2+bx+c=0$의 해		서로 다른 두 실근 α, $\beta(\alpha<\beta)$	중근 α	서로 다른 두 허근
$y=ax^2+bx+c$의 그래프와 x축의 교점의 개수 위치 관계		2 서로 다른 두 점에서 만난다.	1 한 점에서 만난다. (접한다.)	0 만나지 않는다.
$y=ax^2+bx+c$의 그래프	$a>0$			
	$a<0$			

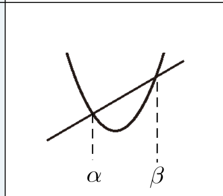
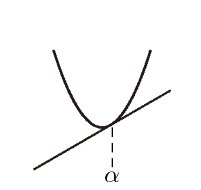
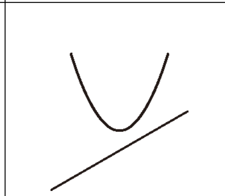
#이차함수의 그래프와 직선

: $y=x^2-3x+2$, $y=2x-2$의 교점이

$\Leftrightarrow$ 방정식 $x^2-3x+2=2x-2$의 실근이

: 위치 관계

$ax^2+bx+c=mx+n(a\neq 0)$의 판별식 $D=b^2-4ac$

$ax^2+bx+c=mx+n$의 판별식 D	$D>0$	$D=0$	$D<0$
$ax^2+bx+c=mx+n$의 해	서로 다른 두 실근 α, $\beta(\alpha<\beta)$	중근 α	서로 다른 두 허근
$y=ax^2+bx+c(a>0)$의 그래프와 직선 $y=mx+n$의 위치 관계			
	서로 다른 두 점에서 만난다.	한 점에서 만난다. (접한다.)	만나지 않는다.

20190917

17. 양수 a에 대하여 $0 \le x \le a$에서 이차함수

$$f(x)=x^2-8x+a+6$$

의 최솟값이 0이 되도록 하는 모든 a의 값의 합은? [4점]

20201127

27. 좌표평면에서 직선 $y=t$가 두 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2+3$, $y=-\frac{1}{2}x^2+x+5$의 그래프와 만날 때, 만나는 서로 다른 점의 개수가 3인 모든 실수 t의 값의 합을 구하시오. [4점]

20170627

27. 최고차항의 계수가 a $(a>0)$인 이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 직선 $y=4ax-10$과 함수 $y=f(x)$의 그래프가 만나는 두 점의 x좌표는 1과 5이다.
> (나) $1 \le x \le 5$에서 $f(x)$의 최솟값은 -8이다.

$100a$의 값을 구하시오. [4점]

고1 수학 총정리 Day4. 고차방정식, 절댓값 · 이차부등식

#삼차방정식, 사차방정식

① 인수분해 : 공식사용 OR 대입하여 0되는 값 찾아 인수정리

② $x^4+ax^2+b=0$ 꼴 : $x^2=X$로 치환 OR A^2-B^2꼴 변형

③ $ax^4+bx^3+cx^2+bx+a=0$ 꼴 : x^2으로 나누어 $x+\dfrac{1}{x}=X$치환

#근과 계수의 관계

: $ax^3+bx^2+cx+d=0(a\neq 0)$의 세 근 α, β, γ

$$\alpha+\beta+\gamma=-\frac{b}{a},\ \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\frac{c}{a},\ \alpha\beta\gamma=-\frac{d}{a}$$

#$x^2+x+1=0$의 근 w

: $w^2+w+1=0$, $w^3=1$

: $w+\overline{w}=-1$, $w\overline{w}=1$

#연립방정식

① (1차&2차) : 1차를 2차에 대입

② (2차&2차) : 인수분해되는 식을 인수분해 후 다른 식에 대입

#연립부등식

: $A<B<C$ 꼴은 $\begin{cases}A<B\\B<C\end{cases}$의 꼴로 고쳐서 푼다

#절댓값 기호를 포함한 일차부등식

: 상수 a, b와 양수 c, d에 대하여

① $|ax+b|<c \Leftrightarrow -c<ax+b<c$

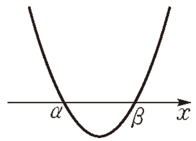
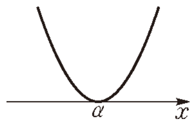
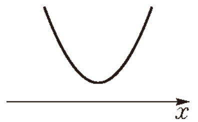
② $|ax+b|>c \Leftrightarrow ax+b<-c$ 또는 $ax+b>c$

③ $c<|ax+b|<d \Leftrightarrow -d<ax+b<-c$ 또는 $c<ax+b<d$

: $|x-1|+|x-3|\leq 4$

#이차부등식

: 그래프에서 y좌표의 부호에 주목

$ax^2+bx+c=0$의 판별식 D	$D>0$	$D=0$	$D<0$
$y=ax^2+bx+c$의 그래프			
$ax^2+bx+c>0$의 해	$x<\alpha$ 또는 $x>\beta$	$x\neq\alpha$인 모든 실수	모든 실수
$ax^2+bx+c<0$의 해	$\alpha<x<\beta$	없다.	없다.
$ax^2+bx+c\geq 0$의 해	$x\leq\alpha$ 또는 $x\geq\beta$	모든 실수	모든 실수
$ax^2+bx+c\leq 0$의 해	$\alpha\leq x\leq\beta$	$x=\alpha$	없다.

20200915

15. x에 대한 삼차방정식 $x^3+(k-1)x^2-k=0$의 한 허근을 z라 할 때, $z+\overline{z}=-2$이다. 실수 k의 값은? (단, $\overline{z}$는 z의 켤레복소수이다.) [4점]

20191125

25. x, y에 대한 연립방정식

$$\begin{cases} x-2y=1 \\ 2x-y^2=6 \end{cases}$$

의 해가 $x=\alpha$, $y=\beta$일 때, $\alpha+\beta$의 값을 구하시오. [3점]

20190914

14. x에 대한 이차부등식

$$x^2-(n+5)x+5n \le 0$$

을 만족시키는 정수 x의 개수가 3이 되도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합은? [4점]

20201112

12. x에 대한 부등식 $|x-7| \le a+1$을 만족시키는 모든 정수 x의 개수가 9가 되도록 하는 자연수 a의 값은? [3점]

#좌표평면

: 좌표평면 위의 두 점 $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$에 대하여

① 두 점 사이의 거리 $\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

② 선분 AB를 $m:n$ $(m>0,\ n>0)$으로 내분하는 점

$$\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n},\ \frac{my_2+ny_1}{m+n}\right)$$

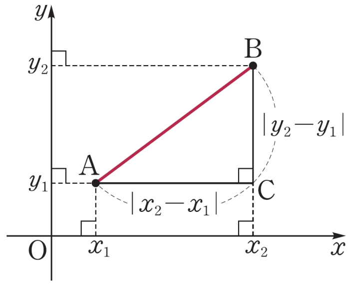
③ 선분 AB의 중점 $\left(\frac{x_1+x_2}{2},\ \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

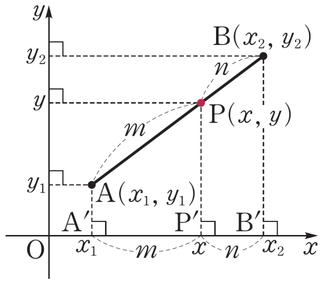
④ $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$, $C(x_3,\ y_3)$, 삼각형 ABC의 무게중심

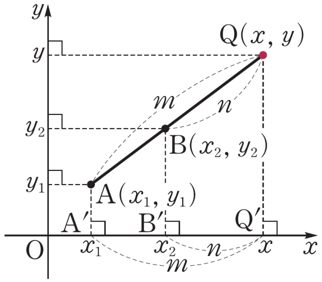
$$\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\ \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$

⑤ 선분 AB를 $m:n$ $(m>0,\ n>0,\ m\neq n)$으로 외분하는 점

$$\left(\frac{mx_2-nx_1}{m-n},\ \frac{my_2-ny_1}{m-n}\right)$$







#직선의 방정식 세우기

① 기울기 2, $(1,3)$ 지나는 직선

② $(1,2)$, $(3,0)$ 지나는 직선

③ 기울기 -1인 직선

④ $(1,\ -2)$ 지나는 직선

#두 직선의 평행과 수직

: 두 직선 $y=mx+n$, $y=m'x+n'$에서

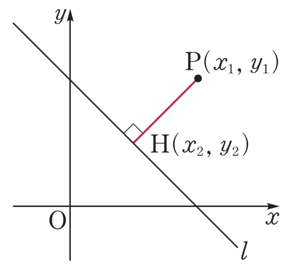
① 두 직선이 서로 평행 $\Leftrightarrow$ $m=m'$, $n\neq n'$

② 두 직선이 서로 수직 $\Leftrightarrow$ $mm'=-1$

#점과 직선 사이의 거리

점 $(x_1,\ y_1)$과 직선 $l:ax+by+c=0$ 사이의 거리

$$\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$



20200929

29. 제1사분면 위의 점 A와 제3사분면 위의 점 B에 대하여 두 점 A, B가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 두 점 A, B는 직선 $y=x$ 위에 있다.
> (나) $\overline{\mathrm{OB}}=2\overline{\mathrm{OA}}$

점 A에서 y축에 내린 수선의 발을 H, 점 B에서 x축에 내린 수선의 발을 L이라 하자. 직선 AL과 직선 BH가 만나는 점을 P, 직선 OP가 직선 LH와 만나는 점을 Q라 하자. 세 점 O, Q, L을 지나는 원의 넓이가 $\frac{81}{2}\pi$일 때, $\overline{\mathrm{OA}}\times\overline{\mathrm{OB}}$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]

20200930

30. 좌표평면 위에 세 점 A$(17,\ 0)$, B$(5,\ 12)$, C$(5,\ 5)$가 있다. 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 r인 원이 삼각형 OAB와 서로 다른 세 점에서만 만나도록 하는 모든 r의 값의 곱을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]

Day6. 원의 방정식

#원의 방정식

: 중심의 좌표 $(a,\ b)$, 반지름의 길이 r

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

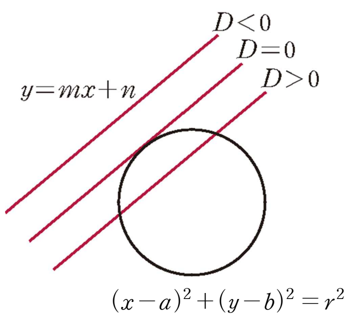
→ $x^2+y^2-2x+4y-11=0$ 의 중심의 좌표, 반지름의 길이?

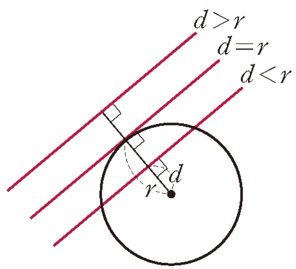
#원과 직선의 위치 관계

① $D>0 \Leftrightarrow d<r \Leftrightarrow$ 서로 다른 두 점에서 만난다

② $D=0 \Leftrightarrow d=r \Leftrightarrow$ 한 점에서 만난다(접한다)

③ $D<0 \Leftrightarrow d>r \Leftrightarrow$ 만나지 않는다





#원 $x^2+y^2=r^2$의 접선의 방정식

① 기울기가 m인 접선의 방정식 $y=mx\pm r\sqrt{m^2+1}$

② 원 위의 점 $(x_1,\ y_1)$에서의 접선의 방정식 $x_1x+y_1y=r^2$

→ 점 $(2,\ -4)$에서 원 $x^2+y^2=2$에 그은 접선의 방정식?

20200920

20. 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(-1,\ -9)$, $\mathrm{B}(5,\ 3)$에 대하여 $\angle\mathrm{APB}=45^\circ$를 만족시키는 점 P가 있다. 서로 다른 세 점 A, B, P를 지나는 원의 중심을 C라 하자. 선분 OC의 길이를 k라 할 때, k의 최솟값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

Day7. 평행이동 대칭이동(개념)

#평행이동

x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동하면

① 점 $\mathrm{P}(x,\ y) \to \mathrm{P}'(x+a,\ y+b)$

② 도형의 방정식 $f(x,\ y)=0 \to f(x-a,\ y-b)=0$

#대칭이동

점 $(x,\ y)$를 다음에 대하여 대칭이동하면

① x축 $\to (x,\ -y)$

② y축 $\to (-x,\ y)$

③ 원점 $\to (-x,\ -y)$

④ 직선 $y=x \to (y,\ x)$

도형의 방정식 $f(x,\ y)=0$을 다음에 대하여 대칭이동하면

① x축 $\to f(x,\ -y)=0$

② y축 $\to f(-x,\ y)=0$

③ 원점 $\to f(-x,\ -y)=0$

④ 직선 $y=x \to f(y,\ x)=0$

Q. $f(x,\ y)=0$ 평행이동 후 대칭이동하면?

#점대칭과 선대칭(그래프가 두 개 이상 나오면 관계 확인하기!)

① $f(x+p)=f(x)$ $\to$ 주기 p인 주기함수

② $f(x)=f(x-a)+b$ $\to$ 반복(?) 함수

③ $f(-x)=f(x)$ $\to$ 우함수(y축에 대칭인 함수)

④ $f(-x)=-f(x)$ $\to$ 기함수(원점에 대칭인 함수)

$\to$ (우함수)$\times$(우함수)=(우함수), (기함수)$\times$(기함수)=(우함수)

(우함수)$\times$(기함수)=(기함수)

⑤ $f(a-x)=f(a+x)$ OR $f(x)=f(2a-x)$

$\to$ $x=a$에 대칭인 함수

⑥ $f(a-x)+f(a+x)=2b$ OR $f(x)+f(2a-x)=2b$

$\to$ $(a,\ b)$에 대칭인 함수

⑦ $y=f(x)$를 $y=x$에 대칭이동하면 $\to x=f(y)$

⑧ $y=f(x)$를 $x=a$에 대칭이동하면 $\to y=f(2a-x)$

⑨ $y=f(x)$를 $(a,\ b)$에 대칭이동하면 $\to 2b-y=f(2a-x)$

20200920

13. 원 $(x-6)^2+(y+3)^2=4$ 위의 점 P와 x축 위의 점 Q가 있다. 점 $\mathrm{A}(0,\ -5)$에 대하여 $\overline{\mathrm{AQ}}+\overline{\mathrm{QP}}$의 최솟값은? [3점]

Q. $y=f(x)$와 $y=g(x)$가 $x=k$에 대칭이다.
$\rightarrow$ $y=f(x+a)$와 $y=g(x-a)$는?

Q. $y=f(x)$와 $y=g(x)$가 $x=k$에 대칭이다.
$\rightarrow$ $y=f(x)$와 $y=g(x-a)$는?

Q. $y=f(x)$와 $y=g(x)$가 $x=k$에 대칭이다.
$\rightarrow$ $y=h(f(x))$와 $y=h(g(x))$는?

Q. $f(x)=2^x$와 $g(x)=\log_2 x$가 $y=x$에 대칭이다.
$y=f(x)$와 $y=-x+k$의 교점 $(a,\ b)$이다.
$\rightarrow$ $y=g(x)$와 $y=-x+k$의 교점은?

Q. $y=\sqrt{x-1}$ 위의 점 A, B, $y=x^2+1(x\geq 0)$ 위의 점 C, D
사각형 ABCD는 $\angle\mathrm{A}=\angle\mathrm{D}$인 등변사다리꼴
$\rightarrow$ $\mathrm{A}(2,\ 1)$일 때 D의 좌표는?

Q. $-8 \le x \le 0$일 때 $f(x)=x(x+6)^2$이고
모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(x-8)+32$
직선 $y=ax+b$가 $y=f(x)$와 무수히 많은 점에서 접한다
$\rightarrow$ 기울기 a의 값은?

Q. $f(x)=3^{-x}$와 $g(x)=-\log_3 x$가 $y=x$에 대칭이다.
$y=x-2$가 $y=f(x)$, $y=g(x-5)+1$와 만나는 점을 각각 A, B라 하자.
$\rightarrow$ $\overline{\mathrm{AB}}$의 길이는?

Day9. 집합, 명제, 절대부등식

#집합

① $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$

② $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$

③ $(A\cup B)^C=A^C\cap B^C$, $(A\cap B)^C=A^C\cup B^C$

④ $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

⑤ $n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)$
$-n(A\cap B)-n(B\cap C)-n(C\cap A)+n(A\cap B\cap C)$

⑥ $A-B=A\cap B^C=A-(A\cap B)=(A\cup B)-B$

⑦ $A-B=\varnothing \Leftrightarrow A\subset B$

#자주 쓰는 표현

① $\{x|f(x)=0\}$

② $\{x|f(x)=a\}$

③ $\{x|f(x)=g(x)\}$

④ $\{f(x)|x\in X\}$

#실수의 기본 성질

: a, b가 실수, n이 자연수일 때

① $a>b \Leftrightarrow a-b>0$

② $a^2\geq 0$, $a^2+b^2\geq 0$

③ $a^2+b^2=0 \Leftrightarrow a=b=0$

④ $|a|+|b|=0 \Leftrightarrow a=b=0$

⑤ $|a|^2=a^2$, $|a||b|=|ab|$

⑥ $\sqrt{a^2}=|a|$, $(\sqrt{a})^2=a$

⑦ $a>b \Leftrightarrow a^3>b^3 \Leftrightarrow a^{2n-1}>b^{2n-1} \Leftrightarrow a^{\frac{1}{2n-1}}>b^{\frac{1}{2n-1}}$

: a, b가 양수, n이 자연수일 때

⑧ $a>b \Leftrightarrow a^2>b^2 \Leftrightarrow a^n>b^n \Leftrightarrow a^{\frac{1}{n}}>b^{\frac{1}{n}}$

⑨ $a>b \Leftrightarrow \dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$

Q. $2^{-\sqrt[3]{2}}$, 3^{-1} 대소관계는?

#산술평균과 기하평균

$a>0,\ b>0$일 때 $\dfrac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ (단, 등호는 $a=b$일 때 성립)

#코시-슈바르츠 부등식

$a,\ b,\ x,\ y$가 실수일 때 $(a^2+b^2)(x^2+y^2) \geq (ax+by)^2$
(단, 등호는 $a:b=x:y$일 때 성립)

#여러 가지 증명법

: 귀류법, 대우를 이용한 증명, 수학적 귀납법

Q. $\sqrt{2}$는 무리수. $3+\sqrt{2}$는 무리수?

Q. 자연수 n에 대하여 n^2이 홀수, n은 홀수?

Q. $x>0,\ y>0$일 때, $(2x+3y)\left(\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{y}\right)$의 최솟값은?

Q. $x>0,\ y>0,\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=1$일 때, $x+25y$의 최솟값은?

20150627(고2나)

27. 실수 전체의 집합 U의 두 부분집합 $A,\ B$에 대하여

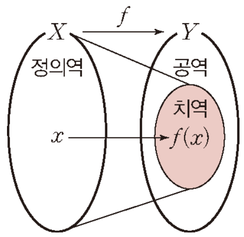
$$n(A)=5,\quad B=\left\{\frac{x+a}{2}\ \middle|\ x\in A\right\}$$

이다. 두 집합 $A,\ B$가 다음 조건을 만족시킬 때, 상수 a의 값을 구하시오. [4점]

(가) 집합 A의 모든 원소의 합은 28이다.
(나) 집합 $A\cup B$의 모든 원소의 합은 49이다.
(다) $A\cap B=\{10,13\}$

Day10. 함수, 합성함수, 역함수

#용어와 성질



: **치역** $\{f(x) | x \in X\}$

: **일대일함수** $x_1 \neq x_2$이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$인 함수

: **일대일대응** 치역과 공역이 같은 일대일함수

: **항등함수** 정의역 X의 모든 x에 대하여 $f(x)=x$인 함수

: **상수함수** 정의역 X의 모든 x에 대하여 $f(x)=c$인 함수

: **역함수의 식** x, y 바꾸어 쓴 후 y에 대하여 정리

: $(f^{-1} \circ f)(x)=x \ (x \in X)$, $(f \circ f^{-1})(y)=y \ (y \in Y)$

: $(f \circ g)^{-1}=g^{-1} \circ f^{-1}$, $(f^{-1})^{-1}=f$

: 역함수가 존재 $\Leftrightarrow$ 일대일대응

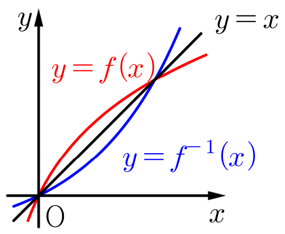
: 실수 전체에서 연속인 함수가 역함수가 있다면, 증가 OR 감소함수

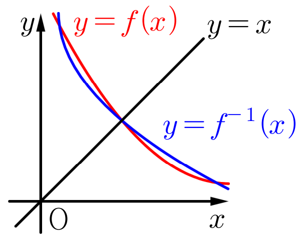
#함수와 그 역함수의 그래프

: 함수의 그래프와 그 역함수의 그래프는 $y=x$에 대하여 대칭

: 연속일 때 교점의 위치 관찰

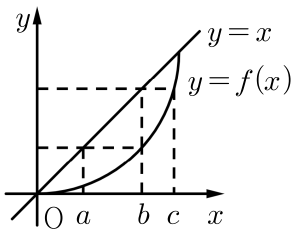
① 증가함수 ② 감소함수





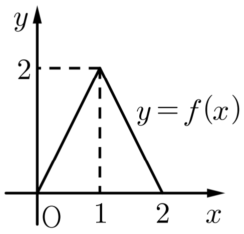
#합성함수의 그래프

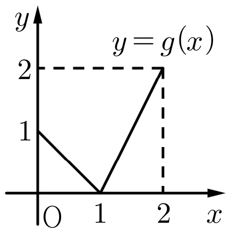
① $f \circ f(c)$의 값은?



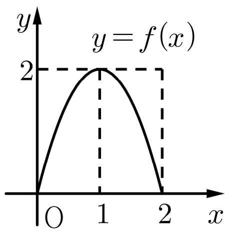
#합성함수의 그래프

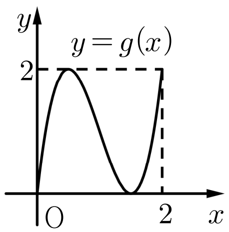
② $y=g\circ f(x)$, $y=f\circ g(x)$의 그래프를 그리시오.





③ $y=g\circ f(x)$의 그래프 개형을 그리시오.





20170620(고2나)

20. 함수

$$f(x)=|2x-4|\quad(0\le x\le 4)$$

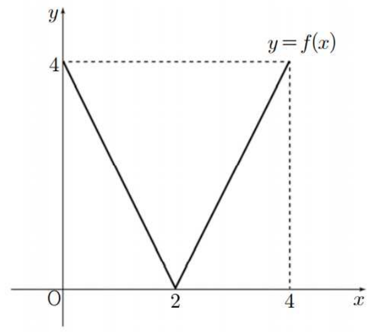
에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(f(1))=0$

ㄴ. 방정식 $f(x)=x$의 모든 실근의 개수는 2이다.

ㄷ. 방정식 $f(f(x))=f(x)$의 모든 실근의 합은 8이다.

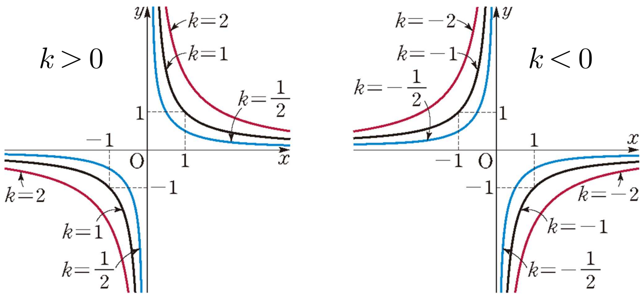


Day11. 유리함수, 무리함수

#유리함수 $y=\dfrac{k}{x}\,(k\neq 0)$의 그래프

: $k>0$이면 제1, 3사분면, $k<0$이면 제2, 4사분면

: $|k|$ 값이 커질수록 원점에서 멀어짐



#유리함수 $y=\dfrac{k}{x-p}+q\,(k\neq 0)$의 그래프

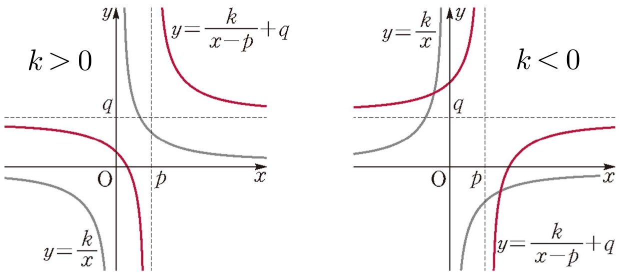
: **점근선** $x=p$, $y=q$

: 정의역은 $x=p$를 제외한 실수 전체의 집합

: 치역은 $y=q$를 제외한 실수 전체의 집합

: 점 $(p,\,q)$에 대하여 **대칭**

: 직선 $y=\pm(x-p)+q$에 대하여 **대칭**



#유리함수 $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}\,(ad-bc\neq 0,\ c\neq 0)$의 그래프 그리기

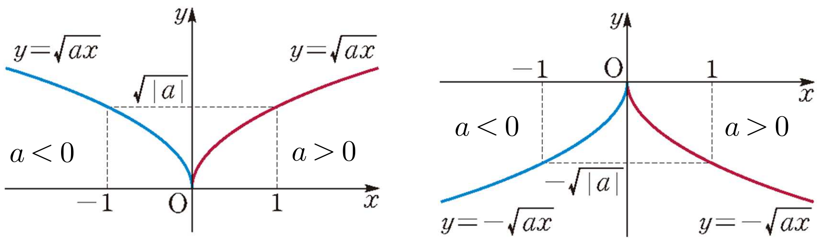
Q. $y=\dfrac{3x+2}{x-1}$의 그래프를 그리시오.

Step1. $y=\dfrac{k}{x-p}+q$꼴로 바꾼다. (Tip 나머지정리)

Step2. 점근선을 표시한다.

Step3. k의 부호를 보고 그래프를 그린다.

#무리함수 $y=\sqrt{ax}$, $y=-\sqrt{ax}$ $(a\neq 0)$의 그래프



: $y=x^2+1(x\geq 0)$는 $y=\sqrt{x-1}$의 **역함수**

#무리함수 $y=\sqrt{ax+b}+c$, $y=-\sqrt{ax+b}+c(a\neq 0)$ 의 그래프 그리기

Q. $y=-\sqrt{6-2x}+2$의 그래프를 그리시오.

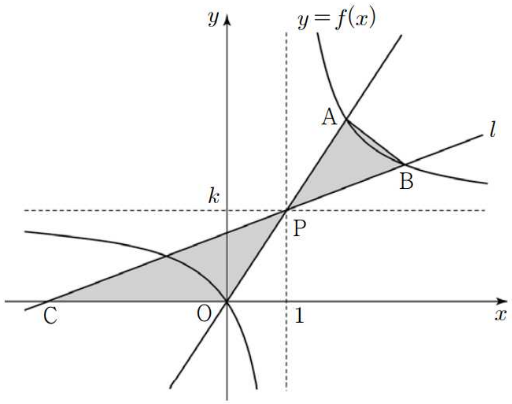
Step1. $y=\pm\sqrt{a(x-p)}+q$꼴로 바꾼다.

Step2. 점 (p, q)를 표시한다.

Step3. a의 부호와 루트 앞의 부호를 보고 그래프를 그린다.

20160930(고2나)

30. 그림과 같이 함수 $f(x)=\dfrac{k}{x-1}+k\ (k>1)$의 그래프가 있다. 점 $\mathrm{P}(1,\ k)$에 대하여 직선 OP와 함수 $y=f(x)$의 그래프가 만나는 점 중에서 원점이 아닌 점을 A라 하자. 점 P를 지나고 원점으로부터 거리가 1인 직선 l이 함수 $y=f(x)$의 그래프와 제1사분면에서 만나는 점을 B, x축과 만나는 점을 C라 하자. 삼각형 PBA의 넓이를 S_1, 삼각형 PCO의 넓이를 S_2라 할 때, $2S_1=S_2$이다. 상수 k에 대하여 $10k^2$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, 직선 l은 좌표축과 평행하지 않다.) [4점]



#합의 법칙과 곱의 법칙

: **합의 법칙** 중복되지 않게 경우를 나누어 조사 후 더한다.

: **곱의 법칙** 각 경우에 대하여 같은 구조의 상황이다.

Q. 이번 학기에 수강할 수학, 탐구 과목을 선택하는 경우의 수?

수학 과목에 따라 가능한 탐구 과목	
수학	탐구
미적분, 기하	생명과학 Ⅰ, 지구과학 Ⅰ
확률과 통계	생활과 윤리, 사회 문화, 한국지리

#순열

: 서로 다른 n개에서 $r(0<r\le n)$개를 택하여 일렬로 나열하는 것을 n개에서 r개를 택하는 순열이라 하고, 이 순열의 수를 기호로 ${}_n\mathrm{P}_r$

: ${}_n\mathrm{P}_r = n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1) = \dfrac{n!}{(n-r)!}$ (단, $0<r\le n$)

: ${}_n\mathrm{P}_n = n!$, ${}_n\mathrm{P}_0 = 1$, $0! = 1$

Q. 서로 다른 5가지 맛의 아이스크림이 있다. 이 중에서 서로 다른 3가지 맛의 아이스크림을 골라 엄마, 아빠, 동생에게 나누어주는 경우의 수

#조합

: 서로 다른 n개에서 순서를 생각하지 않고 $r(0<r\leq n)$개를 택하는 것을 n개에서 r개를 택하는 조합이라 하고, 이 조합의 수를 기호로 ${}_n\mathrm{C}_r$

: ${}_n\mathrm{C}_r=\dfrac{{}_n\mathrm{P}_r}{r!}=\dfrac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)}{r!}=\dfrac{n!}{r!(n-r)!}$ (단, $0\leq r\leq n$)

: ${}_n\mathrm{C}_n=1$, ${}_n\mathrm{C}_0=1$, ${}_n\mathrm{C}_1=n$

Q. 서로 다른 5가지 맛의 아이스크림이 있다. 이 중에서 서로 다른 3가지 맛의 아이스크림을 고르는 경우의 수

#성질

: ${}_n\mathrm{C}_r={}_n\mathrm{C}_{n-r}$ (단, $0\leq r\leq n$)

: ${}_n\mathrm{C}_r={}_{n-1}\mathrm{C}_{r-1}+{}_{n-1}\mathrm{C}_r$ (단, $1\leq r<n$)

: ${}_n\mathrm{C}_r\times{}_r\mathrm{C}_k={}_n\mathrm{C}_k\times{}_{n-k}\mathrm{C}_{r-k}$ (단, $0\leq k\leq r\leq n$)

: ${}_n\mathrm{P}_r=n\times{}_{n-1}\mathrm{P}_{r-1}$ (단, $1\leq r\leq n$)

: ${}_n\mathrm{P}_r={}_{n-1}\mathrm{P}_r+r\times{}_{n-1}\mathrm{P}_{r-1}$ (단, $1\leq r<n$)