제 9 회

PPL 6월 평가원 대비 미니 모의고사 9회

수학 영역

성명		수험번호						–				

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

항상 오늘이 마지막인 것처럼

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통 과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

○ **공통과목** ····· 1~ 3쪽

○ **선택과목**

확률과 통계 ····· 4~5쪽

미적분 ····· 6~7쪽

기하 ····· 8~9쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

PPL 수학연구소

2023학년도 PPL 6월 평가원 대비 모의고사 문제지

제 9 회

수학 영역

PPL 수학연구소

5지선다형

1. $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-4x+a}{x-3}=b$일 때, $a+b$의 값은?

(단, a, b는 상수이다.) [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 원점에서 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t일 때의 속도는 각각

$f(t)=3t^2-8t+5$, $g(t)=10t-13$

이다. 두 점 P, Q가 만나는 시각 t의 값의 합은? [3점]

① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

3. $\sum_{k=1}^{10}\frac{1}{k^2+k}$의 값은? [3점]

① $\frac{9}{11}$ ② $\frac{10}{11}$ ③ 1 ④ $\frac{12}{11}$ ⑤ $\frac{13}{11}$

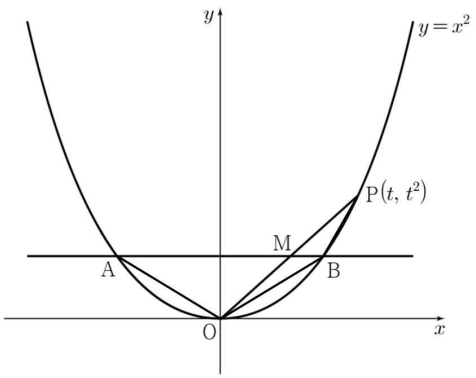
4. 1보다 큰 두 실수 a, b에 대하여

$\log_{\sqrt{2}}a=\log_{4\sqrt{2}}ab$

가 성립할 때, $\log_a b$의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 그림과 같이 곡선 $y=x^2$ 위의 점 $\mathrm{P}(t,\ t^2)$ $(t>0)$과 원점 O에 대하여 선분 OP의 중점을 M이라 하고, 점 M을 지나면서 x축에 평행한 직선이 곡선 $y=x^2$과 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. 삼각형 OAB의 넓이를 S_1, 삼각형 OBP의 넓이를 S_2라 할 때, $\lim_{t\to 0+}\frac{S_1}{S_2}$의 값은? [4점]



① $\sqrt{2}-1$ ② $2-\sqrt{2}$ ③ 2
④ $\sqrt{2}+1$ ⑤ $2+\sqrt{2}$

6. 함수 $f(x)=x^3-2x^2+ax+b$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=f(x)+(x+2)f'(x)$$

라 하자. 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

〈보 기〉

ㄱ. $h(x)=(x+2)f(x)$이면 $h'(x)=g(x)$이다.

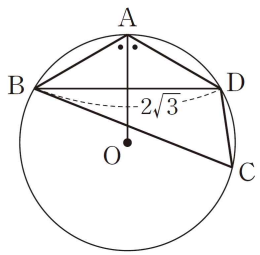
ㄴ. $f'(0)=-2$라 하면, $|g(1)-g(-1)|=14$이다.

ㄷ. $f(0)=2a$라 하면, $\int_{-1}^{1}g(x)=0$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

7. 그림과 같이 $\angle DAB=\frac{2}{3}\pi$, $\overline{BD}=2\sqrt{3}$, $\overline{BC}+\overline{CD}=6$인 사각형 ABCD에서 $\angle DAB$의 이등분선이 사각형 ABCD의 외접원의 중심 O를 지난다. 사각형 ABCD의 넓이를 S라 할 때, S^2의 값을 구하시오. [4점]



8. 다음 조건을 만족시키는 함수 $f(x)=x^3-21x^2+ax+b$가 존재하도록 하는 자연수 n에 대하여, $f(x)$의 극댓값을 α라 할 때, $n+\alpha$의 값을 구하시오. [4점]

(가) x에 대한 방정식 $(x^n-729)f(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖고, 각각의 실근은 모두 양의 정수이다.
(나) 함수 $f(x)$의 극솟값은 0이다.

확률과 통계

9. $\left(3x+\frac{1}{x}\right)^5$의 전개식에서 x의 계수는? [3점]

① 240 ② 250 ③ 260 ④ 270 ⑤ 280

10. 숫자 1, 1, 2, 3, 3, 3, 3 중에서 4개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 네 자리의 자연수의 개수는? [4점]

① 39 ② 40 ③ 41 ④ 42 ⑤ 43

단답형 - 확률과 통계

11. 흰 공과 검은 공이 각각 15개 이상 들어 있는 바구니와 비어 있는 주머니가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

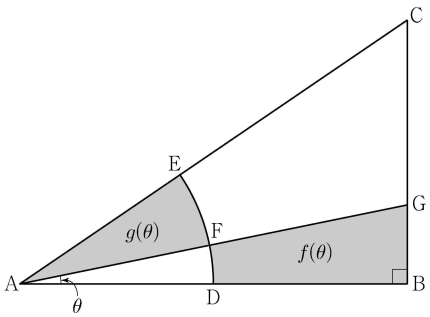
> 주사위를 한 번 던져서 나온 눈의 수가 6의 약수이면 바구니에 있는 흰 공 1개를 주머니에 넣고, 나온 눈의 수가 6의 약수가 아니면 바구니에 있는 검은 공 3개를 주머니에 넣는다.

위의 시행을 5번 반복할 때, $n(1 \le n \le 5)$번째 시행 후 주머니에 들어 있는 흰 공과 검은 공의 개수를 각각 a_n, b_n이라 하자. $a_5 + b_5 \le 11$일 때, $a_k = b_k$인 자연수 $k(1 \le k \le 5)$가 존재할 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

미적분

12. 그림과 같이 $\overline{AB}=5$, $\angle B=\frac{\pi}{2}$인 직각삼각형 ABC에서 중심이 A, 반지름의 길이가 2인 원이 두 선분 AB, AC와 만나는 점을 각각 D, E라 하자. 호 DE의 사등분점 중 점 D에 가까운 점을 F라 하고, 직선 AF가 선분 BC와 만나는 점을 G라 하자. $\angle BAG=\theta$라 할 때, 삼각형 ABG의 내부와 부채꼴 ADF의 외부의 공통부분의 넓이를 $f(\theta)$, 부채꼴 AFE의 넓이를 $g(\theta)$라 하자. $6\times\lim_{\theta\to 0+}\frac{f(\theta)-g(\theta)}{\theta}$의 값은? 〔3점〕

① 27 ② 30 ③ 33 ④ 36 ⑤ 39



13. 좌표평면에서 곡선 $y=\sin\frac{x}{2}$ 위의 점 $P\left(t,\ \sin\frac{t}{2}\right)$ $(0<t<2\pi)$를 중심으로 하고, x축에 접하는 원을 C라 하자. 원 C가 x축에 접하는 점을 Q, 선분 OP와 만나는 점을 R라 하자. $\lim_{t\to 0+}\frac{\overline{OQ}}{\overline{OR}}=\frac{b+\sqrt{5}}{a}$일 때, $a+b$의 값은? (단, O는 원점이고, a, b는 정수이다.) 〔4점〕

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

단답형 - 미적분

14. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=\frac{1}{2}$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=\cos(\pi f(x))$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 $x=0$에서 극대이다.

(나) 함수 $g(x)$가 $x=\alpha$에서 최대가 되는 모든 양수 α를 작은 수부터 크기순으로 나열한 수열을 $\{\alpha_n\}$이라 할 때, $\alpha_3=1$이다.

$f(3)$의 값을 구하시오. [4점]

2023학년도 PPL 6월 평가원 대비 모의고사

수학 영역 정답

PPL 수학연구소

빠른 정답

1	⑤	2	②	3	②	4	④	5	⑤
6	③	7	12	8	35				

확률과 통계	9	④	10	①	11	41
미적분	12	①	13	③	14	68

2023학년도 PPL 수학연구소 6월 평가원 대비 모의고사

제작일자 2022.05.30.

제작 총괄

PPL 수학연구소

제작 및 검토

박종원 서울 구로 상아탑학원
변우진 고양 퍼스널학원
홍승혁 한양대학교 수학과
오성원 홍익대학교 수학교육과
김대현 건국대학교 수학과
이혜림 동국대학교 경영학과
최주원 고려대학교 수학과
권용석 성균관대학교 수학과
신동하 성균관대학교 수학교육과
문진환 서울대학교 산업인력개발학과
차정근 서울대학교 수학교육과
안성준 성균관대학교 수학교육과
박다빈 중앙대학교 건설환경플랜트공학과
박상우 건국대학교 교육공학과

오류 및 모든 문의는 durwar222@naver.com

무단 수정 및 상업적 이용 금지 ⓒcopyright.pplmath