2)

3)

4)

5)

6)

7)

8)

9)

10)

11)

12)

13)

14)

15)

16)

17)

18)

19)

20)

21)

22)

23) 정답 : ④

$\mathrm{E}(X)=24\times\frac{1}{2}=12$이다.

24)

상수항은 ${}_6\mathrm{C}_4\times x^4\times\left(\frac{2}{x^2}\right)^2=15\times4=60$ 이다.

25) 정답 : ②

$$\mathrm{P}(A^C\cup B^C)=1-\mathrm{P}(A\cap B)=1-\mathrm{P}(A)\times\mathrm{P}(B)\ (\because A,\ B \text{ 독립})$$

이므로 $\mathrm{P}(A)\times\mathrm{P}(B)=\frac{1}{6}$ 이다.

$$\mathrm{P}(A^C)\times\mathrm{P}(B^C)=(1-\mathrm{P}(A))\times(1-\mathrm{P}(B))$$

를 전개하면

$$\mathrm{P}(A)\times\mathrm{P}(B)-(\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B))+1$$

이므로 구한 결과들을 대입해주면 $\frac{1}{6}-\frac{5}{6}+1=\frac{1}{3}$

26) 정답 : 120

남학생의 수를 x라 하면 여학생의 수는 $300-x$ 이다.
남학생의 60%와 여학생의 30%가 연애경험이 있다고 응답했으므로, 남학생 $0.6x$ 명, 여학생 $90-0.3x$ 명이 연애를 해봤다.
따라서 전체 학생 중 연애를 해본 학생 수는 $90+0.3x$ 이고 이 중 남학생 수는 $0.6x$ 이므로

$$\frac{0.6x}{90+0.3x}=\frac{4}{7}\ \Rightarrow\ 4.2x=1.2x+360$$

에서 $x=120$ 이다.

27) 정답 : ⑤

전체 경우의 수는 6명을 원형 탁자에 앉히는 경우의 수이므로 $(6-1)!=120$이다.
여사건을 생각하면 남학생이 서로 이웃하지 않도록 앉히는 경우의 수는 먼저 남학생을 앉히고, 남학생 사이의 세 자리에 여학생을 앉히면 되므로 $(3-1)!\times3!=12$이다.

따라서 여사건의 확률이 $\frac{12}{120}=\frac{1}{10}$ 이므로,

구하고자 하는 확률은 $1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$

28)

$a_n = n$ 이라고 했을 때

$a_1 + a_2 + \cdots\cdots + a_{10} = 55$ 이다.

하지만 조건 (나) 에 따르면

$a_1 + a_2 + \cdots\cdots + a_{10} = 52$ 이므로, 3이 빠져야 한다.

3이 빠질 수 있는 경우는 다음과 같은 경우가 있다.

a_1에서 2 이상 빠질 수 없고, a_2에서 3 이상 빠질 수 없다. 이 경우를 전체 경우의 수인 ${}_{10}\mathrm{H}_3 = 220$에서 빼주자.

a_1에서 2를 빼주는 경우는 9가지이고 3을 빼주는 경우는 1가지,

a_2에서 3을 빼주는 경우는 1가지로 총 11가지 경우가 있다.

$\therefore 220 - 11 = 209$

(여사건 안쓰고 직접가는 풀이)

① (1,1,1) 이 빠지는 경우

a_n은 음이 아닌 정수이므로 모두 1씩 빠질 수 있다.

빠지는 경우의 수는 ${}_{10}\mathrm{C}_3 = 120$가지이다.

② (1,2) 가 빠지는 경우

a_1을 제외하고는 2가 빠질 수 있다.

경우의 수는 ${}_{10}\mathrm{P}_2 - 9 = 81$가지이다.

③ (3)이 빠지는 경우

a_3, a_4, $\cdots$, a_{10}가 빠질 수 있다.

8가지

모두 더하면 120+81+8=209 가지이다.

29) 정답 : 16

신뢰도 95%의 신뢰구간에 대한 신뢰상수를 k라 하면

$b - a = 2 \times k \times \dfrac{10}{\sqrt{36}}$이고 $c - b = 2 \times k \times \dfrac{10}{\sqrt{144}}$이므로

$c - a = 2 \times k \times 10 \times \left(\dfrac{1}{6} + \dfrac{1}{12}\right) = 20k \times \dfrac{1}{4}$이다.

또한 $c - a = 2 \times k \times \dfrac{10}{\sqrt{n}}$이므로, $n = 16$임을 알 수 있다.

30) 정답 : 19

$280 = 2^3 \times 5 \times 7$이므로, $abcd = 280$을 만족시키는

순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는 ${}_4\mathrm{H}_3 \times ({}_4\mathrm{C}_1)^2 = 320$이다.

(추가설명 : ${}_4\mathrm{H}_3$은 문자 4개 중 중복을 허락하여 3개를 고른 후, 골라진 횟수만큼 소인수 2를 부여하는 과정이며, 뒤의 ${}_4\mathrm{C}_1$은 각각 5, 7을 가질 문자를 4개 중 하나 선택해주는 것이다.)

이 중 등비수열을 이루는 숫자구성이 있는 경우를 빼서 여사건의 확률로 정답을 구하자.

a, b, c, d중 임의로 a, b, c가 등비수열을 이룬다고 가정하면

등비중항에 의하여 $b^2 = ac$이고, 따라서 $b^3 d = 280$이다.

즉, 등비중항 b로 가능한 값은 1, 2 뿐이므로, 이때 케이스를 나눠 구하도록 하자.

$i)$ 등비중항이 1일 때,

나머지 두 항은 무조건 1, 1이어야 하므로

a, b, c, d는 1 3개와 280 1개로 구성되어야 한다.

이 경우는 총 4가지.

$ii)$ 등비중항이 2일 때,

나머지 두 항이 2, 2인 경우에는

a, b, c, d는 2 3개와 35 1개로 구성되어야 한다.

이 경우는 $i)$과 마찬가지로 4가지이며

나머지 두 항이 1, 4인 경우에는

a, b, c, d는 1, 2, 4, 35로 구성되어야 한다.

이 경우는 4! 가지이다.

따라서 320에서 $4 + 4 + 4!$을 빼주면 288이므로 정답은

$\dfrac{288}{320} = \dfrac{9}{10}$에서 $10 + 9 = 19$이다.

출제자의 한마디
288의 경우의 수를 구할 때 검토진들이 제일 많이 대답한 오답은 292 였다. 혹시... 당신도..?