

출제 및 검토진

이경민 서울대 수학교육과 23

윤석민 서울대 수학교육과 23

김시현 서울대 수학교육과 24



2025학년도 5월

# SEL:ON 모의고사

공통과목 22문항

이름

번호

## 제 2 교시

## 수학 영역

## 5지선다형

1.  $4^{-\sqrt{2}} \times 2^{2\sqrt{2}+1}$ 의 값은? [2점]

- ① 2      ② 4      ③ 8      ④ 16      ⑤ 32

2.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-2}{\sqrt{x}-1}$ 의 값은? [2점]

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

3. 첫째항이 2인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_4 + a_8 = 14$ 일 때,  $a_2$ 의 값은? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

4. 다항함수  $f(x)$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2-h)-2}{h} = 3$ 일 때,  $f(2) + f'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① -3      ② -1      ③ 1      ④ 3      ⑤ 5

5.  $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = 2\cos(\pi + \theta)$  이고  $\sin\theta > 0$  일 때,  $\cos\theta$ 의 값은?

[3점]

- ①  $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$    ②  $-\frac{\sqrt{5}}{5}$    ③ 0   ④  $\frac{\sqrt{5}}{5}$    ⑤  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

6. 함수  $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 - 3x + k$ 의 극솟값이  $-5$ 일 때, 함수  $f(x)$ 의 극댓값은? (단,  $k$ 는 상수이다.) [3점]

- ①  $\frac{16}{3}$    ②  $\frac{17}{3}$    ③ 6   ④  $\frac{19}{3}$    ⑤  $\frac{20}{3}$

7. 상수  $m$  ( $m > 0$ )에 대하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시간  $t$  ( $t \geq 0$ )에서의 속도를 각각

$$v_1(t) = 3t^2 + 4t, \quad v_2(t) = mt - m$$

이라 하자. 시간  $t=0$ 에서  $t=3$ 까지 두 점 P, Q가 움직인 거리가 같도록 하는  $m$ 의 값은? [3점]

- ① 6   ② 9   ③ 12   ④ 15   ⑤ 18

8. 상수  $a (a > 0)$  와 실수  $k$  에 대하여 닫힌구간  $\left[ k, k + \frac{1}{2} \right]$  에서 함수  $f(x) = a \cos \pi x$  의 최솟값을  $g(k)$  라 하자. 함수  $g(k)$  의 최댓값이 1 일 때,  $a$  의 값은? [3점]

- ① 1      ②  $\sqrt{2}$       ③  $\sqrt{3}$       ④ 2      ⑤  $\sqrt{5}$

9. 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수  $f(x)$  에 대하여 함수

$$g(x) = \int_{-1}^x t(t-1)f'(t)dt$$

가 실수 전체의 집합에서 증가하고,  $f(0) = g(1)$  일 때,  $f(2)$  의 값은? [4점]

- ①  $\frac{26}{5}$       ②  $\frac{27}{5}$       ③  $\frac{28}{5}$       ④  $\frac{29}{5}$       ⑤ 6

10. 모든 항이 0 이 아닌 수열  $\{a_n\}$  의 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합을  $S_n$  이라 하자. 모든 자연수  $n$  에 대하여

$$a_n \times a_{n+1} = 2S_n$$

이다.  $S_9 = 55$  일 때,  $a_{11}$  의 값은? [4점]

- ① 9      ② 10      ③ 11      ④ 12      ⑤ 13

11. 함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} 2^x & (x \leq k) \\ 2^{6-x} + 4 & (x > k) \end{cases}$$

라 하자. 다음 조건을 만족시키는 자연수  $k$ 의 개수는? [4점]

함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 직선  $y=n$ 의 교점의 개수가 2가 되도록 하는 자연수  $n$ 이 존재한다.

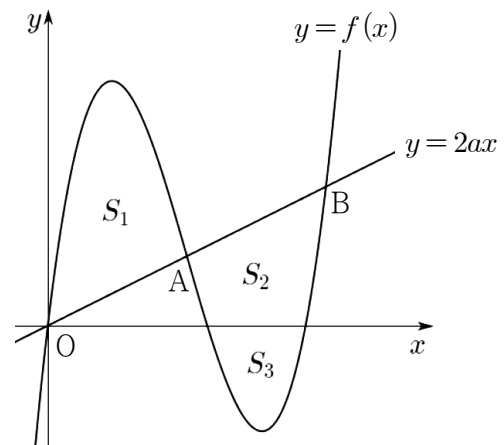
- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

12. 상수  $a(a > 0)$ ,  $b(b > 4)$ 에 대하여 함수

$f(x) = ax(x-4)(x-b)$ 의 그래프가 직선  $y=2ax$ 가 만나는 점을  $x$ 좌표가 작은 순서대로  $O, A, B$ 라 하자. 곡선  $y=f(x)$ 와 선분  $OA$ 로 둘러싸인 영역의 넓이를  $S_1$ , 곡선  $y=f(x)$ 와 선분  $AB$  및  $x$ 축으로 둘러싸인 영역의 넓이를  $S_2$ , 곡선  $y=f(x)$ 와  $x$ 축으로 둘러싸인 두 영역 중  $x$ 축 아래에 있는 부분의 넓이를  $S_3$ 이라 하자.

$$S_1 - S_2 = S_3 = 16 - \int_0^b f(x)dx$$

일 때,  $b-a$ 의 값은? [4점]

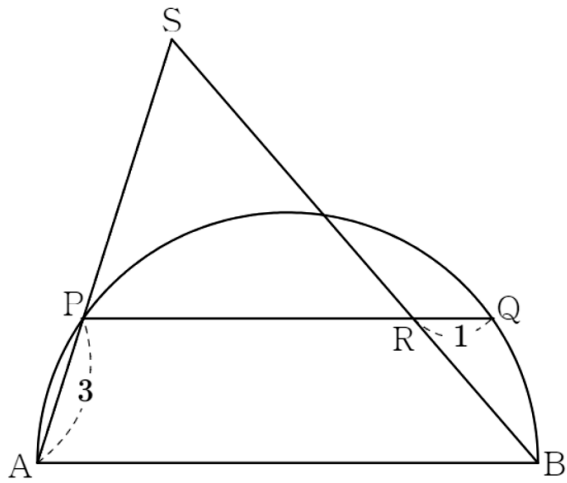


- ① 4      ②  $\frac{9}{2}$       ③ 5      ④  $\frac{11}{2}$       ⑤ 6

13. 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위의 점 P에 대하여 점 P를 지나고 선분 AB와 평행한 직선이 호 AB와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하자. 선분 PQ 위의 점 R에 대하여 직선 AP와 직선 BR이 만나는 점을 S라 하자.

$$\overline{AP}=3, \overline{QR}=1, \sin(\angle SRP)=\frac{\sqrt{6}}{3}$$

일 때, 선분 PS의 길이는? (단,  $\overline{AP} < \overline{AQ}$ 이다.) [4점]



- ①  $\frac{9}{2}$     ②  $\frac{21}{4}$     ③ 6    ④  $\frac{27}{4}$     ⑤  $\frac{15}{2}$

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 와 실수  $t$ 에 대하여 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $(t, f(t))$ 에서의 접선의  $y$ 절편을  $g(t)$ 라 하자. 두 함수  $f(x), g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(4)$ 의 값으로 가능한 정수의 최댓값은? [4점]

(가)  $|f(k)|=|g(k)|$  를 만족시키는 실수  $k$ 의 개수는 3이다.  
 (나)  $f(2)=f'(2) < 0$

- ① 13    ② 15    ③ 17    ④ 19    ⑤ 21

15. 첫째항이 자연수인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{2} & (a_n \text{이 } 0 \text{ 또는 짝수}) \\ \frac{(a_n)^2 - 1}{2} & (a_n \text{이 홀수}) \end{cases}$$

이다. 다음 조건을 만족시키는 모든  $a_1$ 의 값 중 두 번째로 작은 것은? [4점]

$a_n$ 이 홀수가 되도록 하는 7 이하의 자연수  $n$ 의 개수는 3이다.

- ① 13      ② 15      ③ 17      ④ 19      ⑤ 21

단답형

16. 방정식

$$3 + \log_2(x-2) = \log_2(x^2 - 5x + 6)$$

을 만족시키는 실수  $x$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수  $f(x) = (x-2)(x^3 - 3x + 3)$ 에 대하여  $f'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 집합  $X = \{n \text{ 은 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 실수 전체의 집합의 부분집합  $A$ 를

$$A = \{x \mid x^{n+1} = n-7, n \in X\}$$

라 하자.  $n(A)$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여

$$f(x) = 4 + \int_0^x |f'(t)| dt$$

를 만족시키는 모든 실수  $x$ 의 범위가  $-1 \leq x \leq 1$ 이다.

$|f(2)| = 6$ 일 때,  $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 최고차항의 계수가 양수인 두 다항함수  $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)g(x)}{f(x) - (x-1)g(x)} \times \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{f(x)g(x)} = 1$$

$$(나) \frac{f(x)}{g(x)} = 0 \text{ 을 만족시키는 실수 } x \text{가 존재하지 않는다.}$$

$f(0) = 2$ 일 때,  $f(5) + g(7)$ 의 값을 구하시오. [4점]



21. 모든 항이 정수이고, 공차가 0이 아닌 두 등차수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  과 자연수  $m (m \geq 2)$  에 대하여

$$a_m - b_m = b_{m+2} - a_{m+2}, \quad \sum_{n=2}^{2m} (a_n + b_n) = 28$$

이다.  $a_1 \times b_1 = 44$  일 때,  $m \times (a_9 + b_9)$  의 값을 구하시오. [4점]

22. 서로 다른 두 상수  $a, b$  와 함수  $f(x)$  가 모든 실수  $x$  에 대하여

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(x+t^2) - f(x)}{t^2} = |(x-a)(x-b)|$$

이다. 자연수  $n$  에 대하여 두 함수  $f(x)$  와

$$g(x) = \begin{cases} x+1 & (x \leq 0) \\ |x-2n| & (x > 0) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(9)$  의 값을 구하시오. [4점]

(가) 함수  $f(x)g(x)$  는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

(나)  $f(n+1) > f(n+2)$

(다)  $\lim_{x \rightarrow t} \frac{f(x) - f(t)}{x - t} = 0$  이도록 하는 실수  $t$  의 개수는 1 이다.

\* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.